

Задача №6

Расчёт установившегося режима четырехполюсника с источником синусоидальной ЭДС на входе.

Исходные данные:

Линейный пассивный четырёхполюсник (ЧП) имеет входные полюсы 1, 4 и выходные 2, 3.

Полюсы соединены друг с другом ветвями, комплексные сопротивления или проводимости которых заданы ниже.

Входное напряжение $u_1 = 100 \sin 6280t \text{ В}$

Комплексные сопротивления $Z_{43} = 0.5 \text{ Ом}$, $Z_{12} = 0$

Комплексные проводимости $Y_{14} = 1 \text{ мСм}$, $Y_{24} = j0.7 \text{ мСм}$, $Y_{23} = 0.5 - j0.5 \text{ мСм}$, $Y_{13} = 0$

Задание:

- 1) Начертить схему ЧП согласно п.1., показав элементы R, L, C и рассчитать параметры этих элементов.
- 2) Определить коэффициенты основных уравнений ЧП в форме А.
- 3) Определить комплексные сопротивления эквивалентной Т-образной схемы и начертить её, показав все элементы.
- 4) Определить характеристические параметры ЧП и выходное напряжение при согласованном приемнике.

Решение:

Согласно условию задачи и представленным параметрам, исходная схема ЧП будет иметь вид, изображенный на рисунке 1.

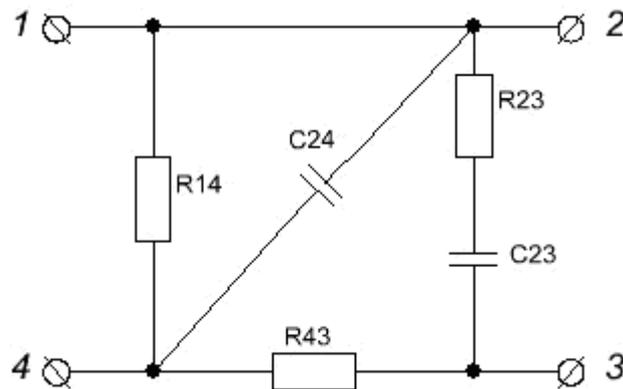


Рисунок 1.

Параметры элементов схемы ЧП следующие:

$$R_{14} = \frac{1}{Y_{14}} = \frac{1}{0.001} = 1000 \text{ Ом};$$

$$C_{24} = \left| \frac{1}{\text{Im}\left(\frac{1}{Y_{24}}\right) \omega} \right| = \frac{1}{1429 \cdot 6280} = 0,111 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$R_{43} = Z_{43} = 500 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = \text{Re}\left(\frac{1}{Y_{23}}\right) = \text{Re}\left(\frac{1000}{0,5 + j0,5}\right) = 1000 \text{ Ом};$$

$$C_{23} = \left| \frac{1}{\text{Im}\left(\frac{1}{Y_{23}}\right) \omega} \right| = \frac{1}{1000 \cdot 6280} = 0,159 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Система уравнений ЧП в форме А имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2. \end{cases}$$

Коэффициенты ЧП в форме А могут быть определены следующим образом:

$$A_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{I}_2=0};$$

$$A_{22} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_2=0};$$

$$A_{12} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_2=0};$$

$$A_{21} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{I}_2=0}.$$

Таким образом достаточно определить входные и выходные токи и напряжения для соответствующих режимов ЧП.

Режим холостого хода ($U_2 \neq 0, I_2 = 0$)

$$\text{Комплекс входного напряжения: } \dot{U}_1 = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70,7 \text{ В}.$$

Эквивалентное комплексное сопротивление режима х.х по отношению к входным зажимам:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{\text{вх}} &= \frac{\left(R_{43} + R_{23} - j \frac{1}{C_{23}\omega} \right) \cdot \left(\frac{-R_{14} \cdot j \frac{1}{C_{24}\omega}}{R_{14} - j \frac{1}{C_{24}\omega}} \right)}{R_{43} + R_{23} - j \frac{1}{C_{23}\omega} - \frac{R_{14} \cdot j \frac{1}{C_{24}\omega}}{R_{14} - j \frac{1}{C_{24}\omega}}} = \frac{(500 + 1000 - j1000) \cdot \left(-\frac{1000 \cdot j1429}{1000 - j1429} \right)}{500 + 1000 - j1000 - \frac{1000 \cdot j1429}{1000 - j1429}} = \\ &= 463,75 - j319,75 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Комплекс входного тока:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\bar{Z}_{\text{вх}}} = \frac{70,7}{463,75 - j319,75} = 0,103 + j0,071 \text{ А}.$$

Выходное напряжение ЧП:

$$\dot{U}_2 = \frac{U_1}{R_{23} + R_{43} - j \frac{1}{C_{23}\omega}} \cdot \left(R_{23} - j \frac{1}{C_{23}\omega} \right) = \frac{70,7}{500 + 1000 - j1000} \cdot (1000 - j1000) = 54,4 - j10,88 \text{ В.}$$

Коэффициенты A_{11} , A_{21} :

$$A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{70,7}{54,4 - j10,88} = 1,25 + j0,25;$$

$$A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{0,103 + j0,071}{54,4 - j10,88} = 1,575 + j1,625 \text{ мСм.}$$

Режим короткого замыкания ($U_2 = 0, I_2 \neq 0$)

Эквивалентное комплексное сопротивление режима к.з. по отношению к входным зажимам:

$$\bar{Z}_{\text{вх}} = \frac{R_{43} \cdot \left(\frac{-R_{14} \cdot j \frac{1}{C_{24}\omega}}{R_{14} - j \frac{1}{C_{24}\omega}} \right)}{R_{43} - \frac{R_{14} \cdot j \frac{1}{C_{24}\omega}}{R_{14} - j \frac{1}{C_{24}\omega}}} = \frac{500 \cdot \left(-\frac{1000 \cdot j1429}{1000 - j1429} \right)}{500 - \frac{1000 \cdot j1429}{1000 - j1429}} = 316,12 - j73,76 \text{ Ом.}$$

Комплекс входного тока:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\bar{Z}_{\text{вх}}} = \frac{70,7}{316,12 - j73,76} = 0,212 + j0,049 \text{ А.}$$

Комплекс выходного тока:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1}{R_{43}} = \frac{70,7}{500} = 0,141 \text{ А.}$$

Коэффициенты A_{12} , A_{22} :

$$A_{12} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{70,7}{0,141} = 500 \text{ Ом;}$$

$$A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{I_2} = \frac{0,212 + j0,049}{0,141} = 1,5 + j0,35.$$

Эквивалентные параметры Т-образной схемы замещения ЧП (рис. 2) удобно получить, рассчитав Z-параметры ЧП через известные А-параметры:

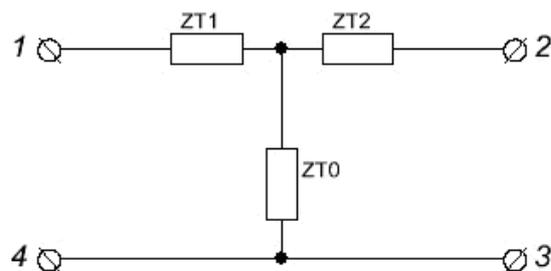


Рисунок 2

$$Z_{11} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{1,25 + j0,25}{(1,575 + j1,625) \cdot 10^{-3}} = 463,75 - j319,75 \text{ Ом};$$

$$Z_{12} = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{A_{21}} = \frac{(1,25 + j0,25)(1,5 + j0,35) - 500(1,575 + j1,625) \cdot 10^{-3}}{(1,575 + j1,625) \cdot 10^{-3}} = 307,54 - j317,3 \text{ Ом};$$

$$Z_{21} = \frac{1}{A_{21}} = \frac{1}{(1,575 + j1,625) \cdot 10^{-3}} = 307,54 - j317,3 \text{ Ом};$$

$$Z_{22} = \frac{A_{22}}{A_{21}} = \frac{1,5 + j0,35}{(1,575 + j1,625) \cdot 10^{-3}} = 572,37 - j368,32 \text{ Ом}.$$

Таким образом, комплексы сопротивлений эквивалентной Т-образной схемы ЧП будут равны:

$$\bar{Z}_{r1} = \bar{Z}_{11} - \bar{Z}_{12} = 463,75 - j319,75 - 307,54 + j317,3 = 156,21 - j2,44 \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{r2} = \bar{Z}_{22} - \bar{Z}_{12} = 572,37 - j368,32 - 307,54 + j317,3 = 264,83 - j51,01 \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{r0} = \bar{Z}_{12} = 307,54 - j317,3 \text{ Ом}.$$

Развернутая Т-образная схема замещения ЧП изображена на рисунке 3.

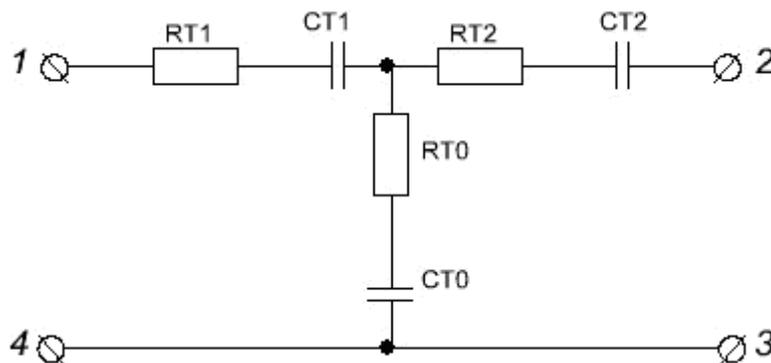


Рисунок 3.

Характеристические параметры ЧП при согласованной нагрузке найдем через известные А-коэффициенты:

$$\bar{Z}_{1ex} = \bar{Z}_{1c} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = \sqrt{\frac{(1,25 + j0,25) \cdot 500}{(1,575 + j1,625) \cdot (1,5 + j0,35) \cdot 10^{-3}}} = 391,07 - j172,97 \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{2ex} = \bar{Z}_{2c} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} = \sqrt{\frac{(1,5 + j0,35) \cdot 500}{(1,575 + j1,625) \cdot 10^{-3} \cdot (1,25 + j0,25)}} = 478,95 - j193,85 \text{ Ом}.$$

Комплекс входного тока при согласованной выходной нагрузке равен:

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\bar{Z}_{1c}} = \frac{70,7}{391,07 - j172,97} = 0,151 + j0,067 \text{ А}.$$

Комплекс напряжения на узлах Т-образной схемы (рис. 3):

$$\dot{U}^* = \dot{U}_1 - \dot{i}_1 \bar{Z}_{r1} = 70,7 - (0,151 + j0,067)(156,21 - j2,44) = 46,92 - j10,08 \text{ В}.$$

Комплекс тока в смежной ветви Т-образной схемы:

$$\dot{i}_0 = \frac{\dot{U}^*}{\bar{Z}_{r0}} = \frac{46,92 - j10,08}{307,54 - j317,3} = 0,09 + j0,06 \text{ А}.$$

Комплекс выходного тока при согласованной нагрузке ЧП:

$$\dot{i}_2 = \dot{i}_1 - \dot{i}_0 = 0,151 + j0,067 - 0,09 - j0,06 = 0,061 + j6,512 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Комплекс выходного напряжения при согласованной нагрузке ЧП:

$$\dot{U}_2 = \dot{i}_2 \bar{Z}_{2c} = (0,061 + j6,512 \cdot 10^{-3})(478,95 - j193,85) = 30,45 - j8,695 \text{ В}.$$