Задание и исходные данные

Продольное перемещение транспортной тележки описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{f}(t) = -\dfrac{1}{T} f(t) + \dfrac{1}{T} u(t) \\ \dot{v}(t) = -\dfrac{\alpha}{m} v(t) + \dfrac{1}{m} f(t) \\ \dot{x}(t) = v(t) \end{cases} \tag{1}$$

где:

u - управляющее воздействие на двигатель;
f - движущая сила;
v - скорость движения тележки;
x - перемещение тележки в продольном направлении.
Параметры объекта:
T - постоянная времени двигателя;
m - масса тележки;
α - коэффициент, определяющий силу сопротивления движению.

Согласно варианту:

Параметр	
T, [с]	1
m, [кг]	120
α, [н·с/м]	20

Модель пространства состояний

Автоматическая система в пространстве состояний описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \tag{2}$$

где x(t), u(t), y(t) – соответственно переменные состояния, управляющий сигнал и выходная величина системы, A, B, C, D – соответственно матрица системы, управляемости, наблюдаемости и связи.

Для системы управления транспортной тележкой получим, используя (2) получим:

$$\begin{Bmatrix} \dot{f}(t) \\ \dot{v}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T & 0 & 0 \\ 1/m & -\alpha/m & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} f(t) \\ v(t) \\ x(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1/T \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times u(t);$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} f(t) \\ v(t) \\ x(t) \end{Bmatrix}.$$

$$A=\begin{bmatrix}-1/T & 0 & 0\\ 1/m & -\alpha/m & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 8,333\times10^{-3} & -0,167 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix};$$

$$B=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix};$$

$$C=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix};$$

$$D=0.$$

Модель системы типа «вход-выход» по модели пространства состояний

Моделью системы типа «вход-выход» является выражение:

$$A(p)y(t)=B(p)u(t)\quad, \tag{3}$$

тогда:

$$y(t)=u(t)\times\frac{B(p)}{A(p)}=u(t)\times W(p)\quad,$$

где:

$W(p)=C\times(p\times E-A)^{-1}\times B+D$ - передаточная функция системы, где:

$$E=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\quad.$$

Подставив известные матрицы A,B,C,D в выражение передаточной функции, получим:

$$W(p)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}\times\left(p\times\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 8,333\times10^{-3} & -0,167 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\right)^{-1}\times\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\frac{1}{120p^3+140p^2+20p}\quad,$$

тогда:

$$B(p)=1;$$
$$A(p)=120p^3+140p^2+20p.$$

Модель пространства состояний по модели «вход-выход»

Имеем модель системы типа «вход-выход» вида:

$$A(p)y(t)=B(p)u(t);$$
$$A(p)=120p^3+140p^2+20p;$$
$$B(p)=1.$$

Получить из модели «вход-выход» модель пространства состояний можно следующим образом:

$$\left(120p^3+140p^2+20p\right)\times y=u\rightarrow 120p^3y+140p^2y+20py-u=0\rightarrow$$

$$\rightarrow p(p(120py+140y)+20y)-u=0\rightarrow$$

$$\rightarrow\begin{cases}x_1=120y\\ x_2=\dot{x}_1+140y\\ x_3=\dot{x}_2+20y\\ \dot{x}_3-u=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\dot{x}_1=x_2-140y\\ \dot{x}_2=x_3-20y\\ \dot{x}_3=u\\ y=\dfrac{1}{120}x_1\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\dot{x}_1=x_2-\dfrac{7}{6}x_1\\ \dot{x}_2=x_3-\dfrac{1}{6}x_1\\ \dot{x}_3=u\\ y=\dfrac{1}{120}x_1\end{cases}$$

тогда матрицы системы, управляемости, наблюдаемости и связи будут иметь вид:

$$A'=\begin{bmatrix}-7/6 & 1 & 0\\ -1/6 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix};$$

$$B'=\begin{Bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{Bmatrix};$$

$$C=\begin{bmatrix}1/120 & 0 & 0\end{bmatrix};$$

$$D=0.$$

Очевидно, что матрицы A и A’, B и B’, C и C’ не совпадают, поэтому нужно доказать их эквивалентность, найдя такую матрицу преобразования S, что:

$$\begin{aligned}&A'=S^{-1}AS;\\ &B'=S^{-1}B;\\ &C'=CS.\end{aligned}\qquad(4)$$

Пусть:

$$S_y=\begin{bmatrix}B & AB & A^2B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 8,333\times10^{-3} & -9,722\times10^{-3}\\ 0 & 0 & 8,333\times10^{-3}\end{bmatrix}.$$

$$S'_y=\begin{bmatrix}B' & A'B' & A'^2B'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

тогда:

$$S=S_y\times\left(S'_y\right)^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 8,333\times10^{-3} & -9,722\times10^{-3}\\ 0 & 0 & 8,333\times10^{-3}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ -9,722\times10^{-3} & 8,333\times10^{-3} & 0\\ 8,333\times10^{-3} & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

Результаты по (4), полученные при помощи ПО Mathcad:

$$S^{-1}\cdot A\cdot S=\begin{pmatrix}-1.167 & 1 & 0\\ -0.167 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\qquad A'=\begin{pmatrix}-1.167 & 1 & 0\\ -0.167 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$S^{-1}\cdot B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C\cdot S = \begin{pmatrix} 8.333\times10^{-3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C' = \begin{pmatrix} 8.333\times10^{-3} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

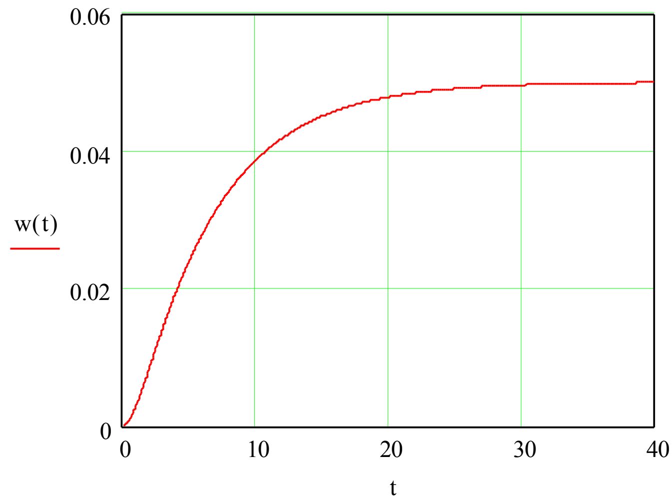
Очевидно, что модели эквивалентны.

Импульсная переходная функция

Импульсной переходной функцией (ИПФ) системы является обратное преобразование по Лапласу от передаточной функции системы:

$$w(t) = L^{-1}[W(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{120p^3+140p^2+20p}\right] = L^{-1}\left[\frac{1}{100(p+1)} - \frac{9}{25(6p+1)} + \frac{1}{20p}\right] =$$
$$= 0,05 + 0,01e^{-t} - 0,06e^{-0,167t}.$$

График импульсной переходной функции при поступлении импульса на вход системы в момент времени t = 0:



Переходный процесс в системе, как интеграл от ИПФ

Переходной функцией системы описывается реакция системы на единичное ступенчатое воздействие вида u(t) = 1 и может быть найдена как интеграл от импульсной переходной функции:

$$h(t) = \int w(t) = \int (0,05 + 0,01e^{-t} - 0,06e^{-0,167t} = 0,05t - 0,01e^{-t} + 0,36e^{-0,167t} + C \quad ,$$

где константа C может быть найдена для состояния системы в начале переходного процесса:

$$h(0) = 0 \quad ,$$

откуда:

$$-0,01 + 0,36 + C = 0 \Rightarrow C = -0,35 \quad .$$

Переходный процесс в системе с использованием формы Жордана

Матрица системы в жордановой форме:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Jz(t) + S^{-1}B \cdot u(t); \\ J = S^{-1}AS; \\ x(t) = Sz(t). \end{cases} \tag{5}$$

тогда переходный процесс в системе определяется выражениями:

$$\begin{cases} z(t) = e^{J(t-t_0)}S^{-1}x(t_0) + \int\limits_{t_0}^{t} e^{J(t-\tau)}S^{-1}B \cdot u(\tau)d\tau; \\ y(t) = CSz(t) + Du(t). \end{cases} \tag{6}$$

Преобразующая матрица и ее обратная форма:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -9,722 \cdot 10^{-3} & 8,333 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 8,333 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 120 \\ 0 & 120 & 140 \\ 1 & 120 & 20 \end{bmatrix}.$$

Жорданова матрица системы:

$$J = S^{-1}AS = \begin{bmatrix} -1,167 & 1 & 0 \\ -0,167 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad .$$

При нулевых начальных условиях первое слагаемое функции z(t) равно 0. Тогда:

$$z(t)=\int_0^t e^{J(t-\tau)}S^{-1}B\times u(\tau)d\tau=$$

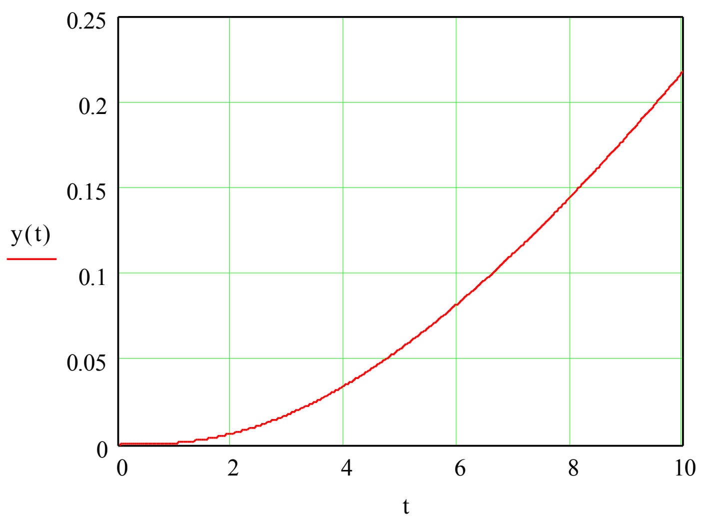
$$=\int_0^t\begin{bmatrix}\frac{6}{5}e^{-t+\tau}-\frac{1}{5}e^{-1/6(t-\tau)} & -\frac{6}{5}e^{-t+\tau}+\frac{6}{5}e^{-1/6(t-\tau)} & \frac{6}{5}e^{-t+\tau}-\frac{36}{5}e^{-1/6(t-\tau)}+6\\ \frac{1}{5}e^{-t+\tau}-\frac{1}{5}e^{-1/6(t-\tau)} & -\frac{1}{5}e^{-t+\tau}+\frac{6}{5}e^{-1/6(t-\tau)} & \frac{1}{5}e^{-t+\tau}-\frac{36}{5}e^{-1/6(t-\tau)}+7\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}d\tau\times S^{-1}B=$$

$$=\begin{Bmatrix}-42+6t-\frac{6}{5}e^{-t}+\frac{216}{5}e^{-1/6t}\\ -43+7t-\frac{1}{5}e^{-t}+\frac{216}{5}e^{-1/6t}\\ t\end{Bmatrix}.$$

$$y(t)=C\times S\times z(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ -9,722\times10^{-3} & 8,333\times10^{-3} & 0\\ 8,333\times10^{-3} & 0 & 0\end{bmatrix}\times\begin{Bmatrix}-42+6t-\frac{6}{5}e^{-t}+\frac{216}{5}e^{-1/6t}\\ -43+7t-\frac{1}{5}e^{-t}+\frac{216}{5}e^{-1/6t}\\ t\end{Bmatrix}=$$

$$=-\frac{7}{20}+\frac{1}{20}t-\frac{1}{100}e^{-t}+\frac{9}{25}e^{-1/6t}.$$

График переходной функции системы при поступлении единичного ступенчатого воздействия на вход системы в момент времени t = 0:



Подтверждение машинным решением при помощи ПО Mathcad:

$$F(p) := (p\cdot E - J)^{-1}\ \text{simplify} \rightarrow \begin{bmatrix} 6\cdot\dfrac{p}{6\cdot p^2 + 7\cdot p + 1} & \dfrac{6}{6\cdot p^2 + 7\cdot p + 1} & \dfrac{6}{p\cdot\left(6\cdot p^2 + 7\cdot p + 1\right)} \\ \dfrac{-1}{6\cdot p^2 + 7\cdot p + 1} & \dfrac{6\cdot p + 7}{6\cdot p^2 + 7\cdot p + 1} & \dfrac{6\cdot p + 7}{p\cdot\left(6\cdot p^2 + 7\cdot p + 1\right)} \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{p} \end{bmatrix}$$

$$EXP11(t) := F(p)_{0,0}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow \frac{6}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{1}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right)$$

$$EXP12(t) := F(p)_{0,1}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow \frac{-6}{5}\cdot\exp(-t) + \frac{6}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right)$$

$$EXP13(t) := F(p)_{0,2}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow \frac{6}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{36}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + 6$$

$$EXP21(t) := F(p)_{1,0}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow \frac{1}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{1}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right)$$

$$EXP22(t) := F(p)_{1,1}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow \frac{-1}{5}\cdot\exp(-t) + \frac{6}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right)$$

$$EXP23(t) := F(p)_{1,2}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow \frac{1}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{36}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + 7$$

$$EXP31(t) := F(p)_{2,0}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow 0$$

$$EXP32(t) := F(p)_{2,1}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow 0$$

$$EXP33(t) := F(p)_{2,2}\ \text{invlaplace}, p \rightarrow 1$$

$$M(t) := \begin{pmatrix} EXP11(t) & EXP12(t) & EXP13(t) \\ EXP21(t) & EXP22(t) & EXP23(t) \\ EXP31(t) & EXP32(t) & EXP33(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{6}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{1}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) & \frac{-6}{5}\cdot\exp(-t) + \frac{6}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) & \frac{6}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{36}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + 6 \\ \frac{1}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{1}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) & \frac{-1}{5}\cdot\exp(-t) + \frac{6}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) & \frac{1}{5}\cdot\exp(-t) - \frac{36}{5}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$z(t) := \begin{pmatrix} \int_0^t M(t-\tau)_{0,0}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{0,1}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{0,2}\,d\tau \\ \int_0^t M(t-\tau)_{1,0}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{1,1}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{1,2}\,d\tau \\ \int_0^t M(t-\tau)_{2,0}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{2,1}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{2,2}\,d\tau \end{pmatrix}\cdot S^{-1}\cdot B \rightarrow \begin{bmatrix} -42 + 6\cdot t + \left(\frac{-6}{5} + \frac{216}{5}\cdot\exp\left(\frac{5}{6}\cdot t\right)\right)\cdot\exp(-t) \\ -43 + 7\cdot t + \left(\frac{-1}{5} + \frac{216}{5}\cdot\exp\left(\frac{5}{6}\cdot t\right)\right)\cdot\exp(-t) \\ t \end{bmatrix}$$

$$y(t) := C\cdot S\cdot z(t) \rightarrow \frac{-7}{20} + \frac{1}{20}\cdot t + \frac{1}{120}\cdot\left(\frac{-6}{5} + \frac{216}{5}\cdot\exp\left(\frac{5}{6}\cdot t\right)\right)\exp(-t)$$

Переходный процесс в системе с использованием оригинальной матричной формы

Переходный процесс в системе, заданной оригинальными матрицами A, B, C, D описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int\limits_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}B \cdot u(\tau)d\tau; \\ y(t) = Cx(t) + Du(t). \end{cases} \tag{7}$$

При нулевых начальных условиях первое слагаемое функции x(t) равно 0. Тогда:

$$x(t) = \int\limits_{0}^{t} e^{A(t-\tau)}B \cdot u(\tau)d\tau =$$

$$= \int\limits_{0}^{t} \begin{bmatrix} e^{-t+\tau} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{100}e^{-t+\tau} + \frac{1}{100}e^{-1/6(t-\tau)} & e^{-1/6(t-\tau)} & 0 \\ \frac{1}{100}e^{-t+\tau} - \frac{3}{50}e^{-1/6(t-\tau)} & -6e^{-1/6(t-\tau)} + 6 & 1 \end{bmatrix} d\tau \times B =$$

$$= \begin{bmatrix} 1-e^{-t} & 0 & 0 \\ \frac{1}{20} + \left(\frac{1}{100} - \frac{3}{50}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} & -6e^{-1/6t} & 0 \\ -\frac{7}{20} + \frac{1}{20}t + \left(-\frac{1}{100} + \frac{9}{25}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} & -36 + 6t + 36e^{-1/6t} & t \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 1-e^{-t} \\ \frac{1}{20} + \left(\frac{1}{100} - \frac{3}{50}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} \\ -\frac{7}{20} + \frac{1}{20}t + \left(-\frac{1}{100} + \frac{9}{25}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} \end{Bmatrix}.$$

$$y(t) = Cx(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1-e^{-t} \\ \frac{1}{20} + \left(\frac{1}{100} - \frac{3}{50}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} \\ -\frac{7}{20} + \frac{1}{20}t + \left(-\frac{1}{100} + \frac{9}{25}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} \end{Bmatrix} = -\frac{7}{20} + \frac{1}{20}t + \left(-\frac{1}{100} + \frac{9}{25}e^{5/6t}\right) \cdot e^{-t} =$$

$$= -\frac{7}{20} + \frac{1}{20}t - \frac{1}{100}e^{-t} + \frac{9}{25}e^{-1/6t} \times$$

По аналоги с решением для системы, представленной в жордановой форме, можно решить систему (7) аналитически при помощи ПО Mathcad:

$$F(p) := (p \cdot E - A)^{-1} \text{ simplify } \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{p+1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{20 \cdot (p+1) \cdot (6 \cdot p + 1)} & \frac{6}{6 \cdot p + 1} & 0 \\ \frac{1}{20 \cdot (p+1) \cdot (6 \cdot p + 1) \cdot p} & \frac{6}{(6 \cdot p + 1) \cdot p} & \frac{1}{p} \end{bmatrix}$$

$$EXP11(t) := F(p)_{0,0} \text{ invlaplace}, p \rightarrow \exp(-t)$$

$$EXP12(t) := F(p)_{0,1} \text{ invlaplace}, p \rightarrow 0$$

$$EXP13(t) := F(p)_{0,2} \text{ invlaplace}, p \rightarrow 0$$

$$EXP21(t) := F(p)_{1,0} \text{ invlaplace}, p \rightarrow \frac{-1}{100}\cdot\exp(-t) + \frac{1}{100}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right)$$

$$EXP22(t) := F(p)_{1,1} \text{ invlaplace}, p \rightarrow \exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right)$$

$$EXP23(t) := F(p)_{1,2} \text{ invlaplace}, p \rightarrow 0$$

$$EXP31(t) := F(p)_{2,0} \text{ invlaplace}, p \rightarrow \frac{1}{100}\cdot\exp(-t) - \frac{3}{50}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + \frac{1}{20}$$

$$EXP32(t) := F(p)_{2,1} \text{ invlaplace}, p \rightarrow -6\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + 6$$

$$EXP33(t) := F(p)_{2,2} \text{ invlaplace}, p \rightarrow 1$$

$$M(t) := \begin{pmatrix} EXP11(t) & EXP12(t) & EXP13(t) \\ EXP21(t) & EXP22(t) & EXP23(t) \\ EXP31(t) & EXP32(t) & EXP33(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \exp(-t) & 0 & 0 \\ \frac{-1}{100}\cdot\exp(-t) + \frac{1}{100}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) & \exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) & 0 \\ \frac{1}{100}\cdot\exp(-t) - \frac{3}{50}\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + \frac{1}{20} & -6\cdot\exp\left(\frac{-1}{6}\cdot t\right) + 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x(t) := \begin{pmatrix} \int_0^t M(t-\tau)_{0,0}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{0,1}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{0,2}\,d\tau \\ \int_0^t M(t-\tau)_{1,0}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{1,1}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{1,2}\,d\tau \\ \int_0^t M(t-\tau)_{2,0}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{2,1}\,d\tau & \int_0^t M(t-\tau)_{2,2}\,d\tau \end{pmatrix}\cdot B \rightarrow \begin{bmatrix} 1-\exp(-t) \\ \frac{1}{20} + \left(\frac{1}{100} - \frac{3}{50}\cdot\exp\left(\frac{5}{6}\cdot t\right)\right)\cdot\exp(-t) \\ \frac{-7}{20} + \frac{1}{20}\cdot t + \left(\frac{-1}{100} + \frac{9}{25}\cdot\exp\left(\frac{5}{6}\cdot t\right)\right)\cdot\exp(-t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) := C\cdot x(t) \rightarrow \frac{-7}{20} + \frac{1}{20}\cdot t + \left(\frac{-1}{100} + \frac{9}{25}\cdot\exp\left(\frac{5}{6}\cdot t\right)\right)\cdot\exp(-t)$$

Очевидно, что решения для системы по Жордану и оригинальной совпадают.

Корневой критерий устойчивости системы

Для определения устойчивости заданной системы на основании корневого критерием воспользуемся характеристическим уравнений системы вида:

$$D(p) = 0 \quad ,$$

где D(p) – полином знаменателя передаточной функции системы. Тогда:

$$D(p) = 120p^3 + 140p^2 + 20p = 0 \rightarrow p\left(120p^2 + 140p + 20\right) = 0 \quad .$$

У системы имеется один нулевой корень $p_0 = 0$, что означает пребывание ее на границе устойчивости. Выясним тип этой границы, решив квадратное уравнение:

$$120p^2 + 140p + 20 = 0 \quad ,$$

решением которого будут корни:

$$p_{1,2} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1/6 \end{Bmatrix}.$$

Таким образом, становится очевидным, что система находится на апериодической границе устойчивости.